

МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ
РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ
Федеральное государственное автономное образовательное
учреждение высшего образования
НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ
ТОМСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ
Механико-математический факультет



УТВЕРЖДАЮ
Декан ММФ Гензе Л.В.

« 15 » *сентября* 2025г.

ПРОГРАММА

вступительного испытания по специальной дисциплине
соответствующей научной специальности программы подготовки научных и
научно-педагогических кадров в аспирантуре

1.1.1. Вещественный, комплексный и функциональный анализ
шифр и наименование научной специальности

Томск - 2025

Авторы-разработчики:

Колесников Иван Александрович, к.ф.-м.н., доцент кафедры математического анализа и теории функций ММФ

Копанев Сергей Анатольевич, к.ф.-м.н., доцент кафедры математического анализа и теории функций ММФ

Хмылева Татьяна Евгеньевна, к.ф.-м.н., доцент кафедры математического анализа и теории функций ММФ

Согласовано:

Руководитель ОП



подпись

С.П. Гулько

1. Общие положения

1.1. Программа вступительного испытания по специальной дисциплине соответствующей научной специальности программы подготовки научных и научно-педагогических кадров в аспирантуре 1.1.1. «Вещественный, комплексный и функциональный анализ» (далее - Программа), сформирована на основе требований федеральных государственных образовательных стандартов высшего образования к программам магистратуры (специалитета) по соответствующим направлениям (специальностям) подготовки. Программа разработана для поступления на обучение в аспирантуру НИ ТГУ.

Программой устанавливается:

- форма, структура, процедура сдачи вступительного испытания;
- шкала оценивания;
- максимальное и минимальное количество баллов для успешного прохождения вступительного испытания;
- критерии оценки ответов.

Вступительное испытание проводится на русском языке.

1.2. Организация и проведение вступительного испытания осуществляется в соответствии с Правилами приема, утвержденными приказом ректора НИ ТГУ, действующими на текущий год поступления.

1.3. По результатам вступительного испытания, поступающий имеет право подать на апелляцию о нарушении, по мнению поступающего, установленного порядка проведения вступительного испытания и (или) о несогласии с полученной оценкой результатов вступительного испытания в порядке, установленном Правилами приема, действующими на текущий год поступления.

2. Форма, структура, процедура, программа вступительного испытания и шкала оценивания ответов

2.1. Вступительное испытание по специальной дисциплине проводится в форме устного экзамена в соответствии с перечнем тем и (или) вопросов, установленных данной Программой.

Структура экзамена: собеседование по вопросам, которые формируются на основе программ общих и специальных курсов по комплексному анализу, читаемых в рамках университетских бакалаврских и магистерских программ по специальностям «Математика» или «Прикладная математика».

Абитуриент получает два вопроса из теоретической части программы собеседования. Ему предоставляется до 60 минут на подготовку и 15-30 минут на ответ. По решению приемной комиссии один или оба теоретических вопроса могут быть заменены задачами по материалу теоретической части. Собеседование проводится на русском или английском языке (по желанию абитуриента).

2.2. Процедура проведения экзамена представляет собой сдачу экзамена в очной форме и (или) с использованием дистанционных технологий (при условии идентификации поступающих при сдаче ими вступительных испытаний):

очно и дистанционно.

Для дистанционных вступительных испытаний используются платформа «Среда электронного обучения iDO» и другие программы для организации видеоконференций. Для наблюдения за участниками экзамена и идентификации их личности в НИ ТГУ создана система прокторинга. Проктор (наблюдатель) перед началом каждого экзамена при помощи веб-камеры абитуриента проводит инструктаж и собеседование по вопросам организации и проведения экзамена, идентификацию личности путем сравнения фото в паспорте и лица сдающего (абитуриент показывает в веб-камеру свой паспорт в развернутом виде рядом со своим лицом).

Видео, транслируемое с веб-камеры участника экзаменов, доступно проктору для наблюдения и записывается на сервер для дальнейшего просмотра при возникновении спорных ситуаций.

2.3. Результаты проведения вступительного испытания оформляются протоколом, в котором фиксируются вопросы экзаменаторов к поступающему. На каждого поступающего ведется отдельный протокол.

2.4. Программа экзамена.

Примерный перечень тем и вопросов для подготовки к сдаче экзамена и формирования билетов.

1. Условия Коши-Римана.
2. Интеграл по контуру.
3. Теорема Коши.
4. Формула Коши.
5. Интеграл типа Коши и его свойства.
6. Формулы Сохоцкого.
7. Принцип максимума, теорема Лиувилля.
8. Ряды аналитических функций, теоремы Вейерштрасса. Степенные ряды, теорема единственности.
9. Ряд Тейлора и ряд Лорана.
10. Поведение функции в окрестности особой точки, теорема Сохоцкого.
11. Вычеты и их свойства.
12. Геометрический смысл дифференцируемости функции комплексного переменного.
13. Понятие конформного отображения.
14. Принцип сохранения области.
15. Критерии однолистности.
16. Геометрические свойства элементарных функций.

17. Лемма Шварца и теорема Римана.
18. Принцип соответствия границ.
19. Аналитическое продолжение по непрерывности. Принцип симметрии. Ветви и точки ветвления.
20. Общие понятия о римановых поверхностях. Теорема о монодромии.
21. Изолированные особые точки аналитических функций, точки ветвления конечного и бесконечного порядка.
22. Задача Дирихле.
23. Гармонические отображения.
24. Равномерная сходимости внутри последовательности голоморфных отображений. Принцип компактности.
25. Однолиственность предельного отображения.
26. Сходимость последовательности областей к ядру. Теорема Каратеодори.
27. Классификация особых точек дифференциального уравнения. Уравнения с неподвижными критическими точками.
28. Теорема Пенлеве. Уравнения Риккати и эллиптические функции.
29. Жанр Римановой поверхности. Формула Римана.
30. Уравнение Левнера. Свойства решений уравнения Левнера.
31. Дифференцируемый функционал. Функционал. Неособые граничные точки функционала.
32. Необходимое условие для неособой граничной точки функционала.
33. Метрические пространства. Примеры, свойства. Компактность в метрических пространствах.
34. Нормированные пространства. Примеры, свойства.
35. Неравенства Гёльдера и Минковского.
36. Полнота, сепарабельность нормированных пространств. Примеры сепарабельных и несепарабельных нормированных пространств.
37. Линейные ограниченные операторы. Примеры.
38. Теорема о равносильности ограниченности и непрерывности линейных операторов.
39. Полнота пространства операторов.
40. Линейные ограниченные функционалы.
41. Сопряжённое пространство.
42. Теорема Хана-Банаха и её следствия.
43. Принцип равномерной ограниченности.
44. Теорема Банаха-Штейнгауза.
45. Изоморфизм конечномерных нормированных пространств.
46. Компактность в нормированных пространствах.
47. Теоремы Хаусдорфа, Арцела-Асколи.
48. Теорема Рисса о некомпактности шара в нормированных пространствах.
49. Гильбертовы пространства. Примеры, свойства.
50. Неравенство Коши-Буняковского

51. Теорема о проекции, теорема о наилучшем приближении. Общий вид функционала в гильбертовом пространстве.
52. Ортонормированные системы в гильбертовом пространстве.
53. Теорема Шмидта об ортогонализации линейно независимой системы.
54. Ряды Фурье в гильбертовом пространстве. Полные, замкнутые системы, базисы.
55. Сопряжённые и самосопряжённые операторы в гильбертовом пространстве.
56. Теорема о норме самосопряжённого оператора.
57. Вполне непрерывные операторы в гильбертовом пространстве.
58. Изоморфизм сепарабельных гильбертовых пространств.
59. Спектр линейного ограниченного оператора. Компактность спектра.
60. Спектр самосопряжённого и вполне непрерывного оператора в гильбертовом пространстве.
61. Уравнения Рисса Шаудера. Теоремы Фредгольма.
62. Теорема о неподвижной точке для сжимающего отображения.
63. Применение к решению уравнений Рисса-Шаудера.

Основная литература

1. Александров И.А. Комплексный анализ. Ч. 1. Комплексные числа. Комплексные функции. Интегральные теоремы. Ряды и произведения. Целые и мероморфные функции. Томск: Изд-во Том. ун-та, 2012.
2. Александров И.А. Комплексный анализ, ч.2, Конформные отображения. Теорема Римана. Формула Шварца-Кристоффеля. Уравнение Шварца. Томск.: Изд-во Том. ун-та, 2012.
3. Маркушевич А.И. Теория аналитических функций. Т.1, 2, 3-е изд. М.: Лань, 2012.
4. Привалов И.И. Введение в теорию функций комплексного переменного. 15-е изд. Лань М., 2012.
5. Александров И.А. Методы геометрической теории аналитических функций, ТГУ, Томск: 2010.
6. Лаврентьев М.А., Шабат Б.В. Методы теории функций комплексного переменного. Лань, 2002. 749 с.
7. Колмогоров А.Н., Фомин С.В. Элементы теории функций и функционального анализа, М.: физматлит, 2009. 570 с.
8. Люстерник Л.А., Соболев В.И. Краткий курс функционального анализа. СПб, «Лань», 2009. 270 с.
9. Филимоненкова Н.В. Конспект лекций по функциональному анализу. СПб, «Лань», 2015. 168 с.
10. Порошкин А.Г. Лекции по функциональному анализу. М: Вузовская книга, 2007. 431 с.

Дополнительная литература

1. Александров И.А., Теория функций комплексного переменного Изд-во Том. ун-та, 2002.
2. Свешников А.Г., Тихонов А.Н. Теория функций комплексного переменного ФИЗМАТЛИТ, 2008.
3. Евграфов М.А. Аналитические функции СПб.: Лань, 2008.
4. Матвеев П.Н. Лекции по аналитической теории дифференциальных уравнений. СПб.: Лань, 2008.
5. Гутлянский В. Я. Геометрическая и топологическая теория функций и отображений. Т.5. Киев, Наукова думка, 2011.

2.5. Шкала оценивания ответов на экзамене:

неудовлетворительно	удовлетворительно	хорошо	отлично
до 59 баллов	60 – 75 баллов	76 – 84 баллов	85 – 100 баллов

Общая продолжительность экзамена составляет 45 минут.

Максимальное количество баллов за экзамен – 100. Минимальное количество баллов для успешного прохождения экзамена – 60. Поступающий, набравший менее 60 баллов за экзамен, не может быть зачислен в аспирантуру.

Таблица критериев оценки устных и письменных ответов (при наличии)

Вид деятельности		
Оценка	Балл	Уровень владения темой
неудовлетворительно	до 59	Ответ на поставленный вопрос не дан или ответ неполный, отсутствует логичность повествования или допущены существенные логические ошибки
удовлетворительно	60-75	Ответ полный, допущены не существенные логические ошибки
хорошо	76-84	Ответ логичный, конкретный, присутствуют незначительные пробелы в знаниях материала программы
отлично	85-100	Ответ полный, логичный, конкретный, без замечаний. Продемонстрированы знания материала программы, умение решать предложенные задачи

Вступительное испытание проводится экзаменационной комиссией, действующей на основании приказа ректора.

Итоговая оценка за экзамен определяется как средний балл, выставленный всеми членами комиссии.